UNIVERSITÄT PADERBORN

Lineare Programmierung

WS 2007/2008

Aufgabenblatt 2

Bearbeiten Sie die unten angegebenen Aufgaben in Gruppen von maximal 2 Teilnehmern. Jede Gruppe gibt eine eigenhändig erstellte Ausarbeitung ab und ist verpflichtet, ggf. die eigene Lösung in der Lehrveranstaltung zu präsentieren. Wenn von zwei Teilnehmern die gleiche oder eine übermäßig ähnliche Ausarbeitung abgegeben wird, werden bis zu Klärung des Sachverhalts keine Punkte vergeben.

Die Lösungen sollten per Email abgegeben werden (gerne handschriftlich und eingescannt). Notfalls ist auch eine Abgabe auf Papier möglich (im Sekretariat des Lehrstuhls auf N4, in der Lehrveranstaltung oder im Briefkasten auf C2). In allen Fällen müssen auf dem Abgabedokument Name, Matrikelnummer und E-Mail-Adresse zu finden sein. Abgaben per E-Mail werden nur akzeptiert, wenn sie aus einem einzelnen PDF Dokument bestehen und mit dem Betreff „LP Aufgabenblatt 2“ an folgende Adresse gesendet werden: koberstein@dsor.de.

Spätester Abgabetermin: **Mittwoch, 19.12.2007 bis 24:00 Uhr**

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Stellen Sie zu folgendem LP das duale Problem auf:

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcr}
\text{Minimiere} & 3x_1 & - & x_2 & & & & & & \\
s.t. & -x_1 & + & 6x_2 & - & x_3 & + & x_4 & \geq & -3 \\
 & & & 7x_2 & & & + & 2x_4 & = & 5 \\
 & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & = & 1 \\
 & & & & & x_3 & + & x_4 & \leq & 2 \\
 & & & & & & & \multicolumn{3}{r}{x_2, x_3 \geq 0} \\
 & & & & & \multicolumn{5}{r}{-100 \leq x_4 \leq 200.}
\end{array}
$$

(Tipp: Bringen Sie das LP zuerst in Standardform.)

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Lösen Sie das folgende LP mit dem dualen Simplexalgorithmus.

$$
\begin{array}{llrcrcrcr}
\text{Maximiere} & -5x_1 & - & 11x_2 & - & 8x_3 & & \\
s.t. & -2x_1 & - & 4x_2 & - & 3x_3 & \leq & -5 \\
 & -3x_1 & - & x_2 & - & 4x_3 & \leq & -4 \\
 & -x_1 & - & 2x_2 & - & 2x_3 & \leq & -3 \\
 & & & & & \multicolumn{3}{r}{x_1, x_2, x_3 \geq 0}
\end{array}
$$

b) Lösen Sie das folgende LP mit dem revidierten dualen Simplexalgorithmus mit Eta-Faktorisierung der Basismatrix.

$$
\begin{array}{llrcrcrcr}
\text{Maximiere} & -x_1 & - & 3x_2 & - & 2x_3 & & \\
s.t. & & - & 2x_2 & + & x_3 & \leq & -2 \\
 & & & 4x_2 & - & 3x_3 & \leq & 1 \\
 & -2x_1 & - & 6x_2 & - & 4x_3 & \leq & -8 \\
 & & & & & \multicolumn{3}{r}{x_1, x_2, x_3 \geq 0}
\end{array}
$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

a) Sei eine Basis $\mathcal{B}$ gegeben. Wie lautet die Definition der reduzierten Kosten in Matrixnotation?

b) Wie lautet das Abbruchkriterium im primalen Simplexalgorithmus für LPs in Standardform (primales Optimalitätskriterium)?

c) Wann heißt eine Basis $\mathcal{B}$ dual zulässig für LPs in Standardform?

d) Gegeben sind eine Basis $\mathcal{B}$ und eine primale Basislösung $x_{\mathcal{B}}, x_{\mathcal{N}}$ für ein LP in allgemeiner Form. Wie lautet das primale Optimalitätskriterium im primalen Simplexalgorithmus für LPs in allgemeiner Form (mit unteren und oberen Schranken)?

e) Gegeben sind eine Basis $\mathcal{B}$ und eine primale Basislösung $x_{\mathcal{B}}, x_{\mathcal{N}}$ für ein LP in allgemeiner Form. Entwickeln Sie eine sinnvolle Definition für die duale Zulässigkeit einer Basis $\mathcal{B}$ für LPs in allgemeiner Form.

f) Entwickeln Sie einen Quotiententest für den revidierten dualen Simplex für LPs in allgemeiner Form.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Betrachten Sie das Beispielproblem auf den Folien 13 und 14 von Vorlesung 7. Würde bei Anwendung der Steepest Edge Pricing Regel in der 2. Iteration eine andere eintretende Variable gewählt werden? Führen Sie zur Begründung Ihrer Antwort eine Iteration mit Steepest Edge Pricing durch (ohne Update der Gewichte).